重點九 含無窮符號之極限

1. 實數中有兩個符號，$+\infty$ 和 $-\infty$；

   $+\infty$ 比任何數大，$-\infty$ 比任何數小，但他們不是一個數；

2. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty \Leftrightarrow \forall M>0,\ \exists \delta>0$ such that, $\forall 0<|x-x_0|<\delta,\ f(x)>M$

3. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty \Leftrightarrow$ _____

4. $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=L \Leftrightarrow \forall \varepsilon>0,\ \exists M>0$ such that, $\forall x>M,\ |f(x)-L|<\varepsilon$

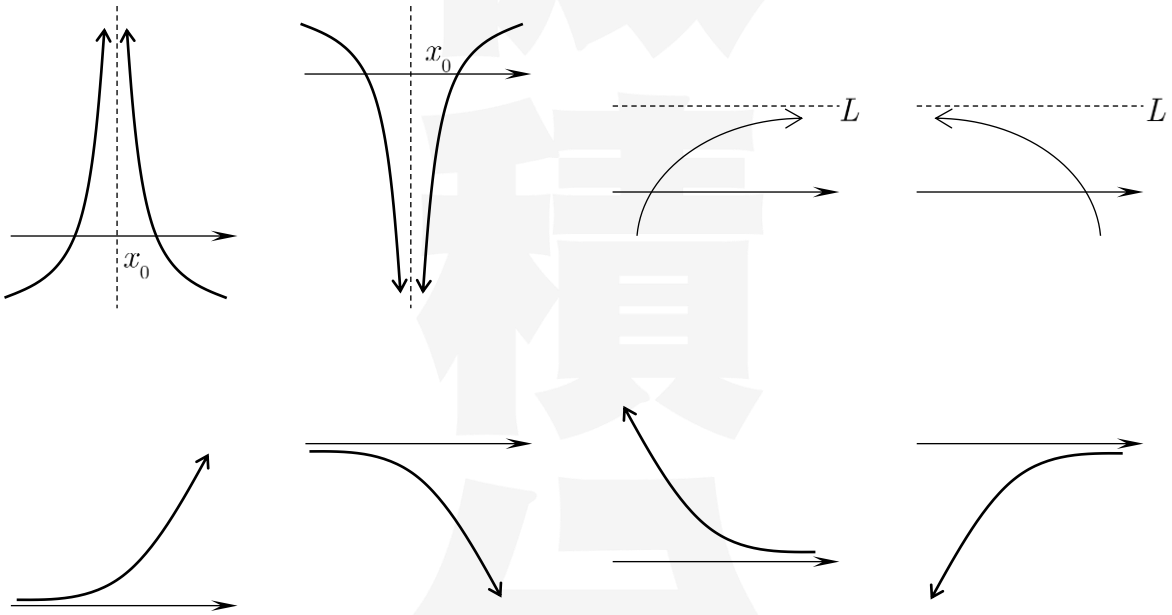
5. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=L \Leftrightarrow$ _____

6. $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=\infty \Leftrightarrow \forall M>0,\ \exists N>0$ such that, $\forall x>N,\ f(x)>M$

7. $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=-\infty \Leftrightarrow$ _____

8. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=\infty \Leftrightarrow$ _____

9. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty \Leftrightarrow$ _____



例題 1. (精選範例 9-1)

Show that $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2}=\infty$

解

例題 2. (精選範例 9-1)

Show that $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{1}{x}=0$

解

例題 3. (精選範例 9-1)

Show that $\lim_{x\to\infty} x = \infty$

解

例題 4. (精選範例 9-2)

Show that $\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{3x^2+2x-1} = 0$

解

例題 5. (精選範例 9-2)

Show that $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-2x+3}{x^2+2x-7}=5$

解

例題 6. (精選範例 9-2)

Show that $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-2x+3}{x}=\infty$

解