

## 重點四 反三角函數的導函數

1. 反三角函數的寫法：

(1)  $\sin x \xrightarrow{\text{反}}$  \_\_\_\_\_

(4)  $\csc x \xrightarrow{\text{反}}$  \_\_\_\_\_

(2)  $\cos x \xrightarrow{\text{反}}$  \_\_\_\_\_

(5)  $\sec x \xrightarrow{\text{反}}$  \_\_\_\_\_

(3)  $\tan x \xrightarrow{\text{反}}$  \_\_\_\_\_

(6)  $\cot x \xrightarrow{\text{反}}$  \_\_\_\_\_

2. 反三角函數與三角函數的關係：

(1)  $y = \sin^{-1} x \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_

(4)  $y = \csc^{-1} x \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_

(2)  $y = \cos^{-1} x \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_

(5)  $y = \sec^{-1} x \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_

(3)  $y = \tan^{-1} x \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_

(6)  $y = \cot^{-1} x \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_

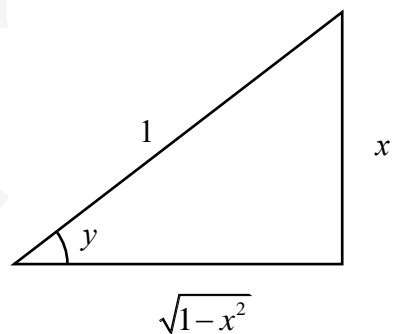
3. 反三角函數微分四大步驟：(以微分  $\sin^{-1} x$  為例)

**消反** 令  $y = \sin^{-1} x \Rightarrow \sin y = x$

**畫圖** 如右圖

**微分**  $(\sin y)' = x' \Rightarrow$

**還原** 故  $(\sin^{-1} x)' =$



## 4. 反三角函數的定義域和值域

函數	定義域	值域
$y = \sin^{-1} x$	$-1 \leq x \leq 1$	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
$y = \cos^{-1} x$	$-1 \leq x \leq 1$	$0 \leq y \leq \pi$
$y = \tan^{-1} x$	$x \in \mathbb{R}$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
$y = \cot^{-1} x$	$x \in \mathbb{R}$	$0 < y < \pi$
$y = \sec^{-1} x$	$x \leq -1$ 或 $x \geq 1$	$0 \leq y \leq \pi$ 但 $y \neq \frac{\pi}{2}$
$y = \csc^{-1} x$	$x \leq -1$ 或 $x \geq 1$	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ 但 $y \neq 0$

## 5. 反三角函數的其他寫法：

(1)  $\arcsin x = \sin^{-1} x$

(2)  $\arccos x = \cos^{-1} x$

(3)  $\arctan x = \tan^{-1} x$

(4)  $\operatorname{arccsc} x = \csc^{-1} x$

(5)  $\operatorname{arcsec} x = \sec^{-1} x$

(6)  $\operatorname{arccot} x = \cot^{-1} x$

例題 1. (精選範例 4-1)

Differentiate the following functions:  $\cos^{-1} x$ ,  $\tan^{-1} x$ , and  $\sec^{-1} x$ .

**解**

張  
旭  
微  
積  
分