

重點二 連續函數的運算定理

1. 四則運算篇：

設 $f(x)$ 和 $g(x)$ 均在 $x = x_0$ 連續，且 $c \in \mathbb{R}$ ，則：

(1) $c \cdot f(x)$ 在 $x = x_0$ 連續

(2) $f(x) + g(x)$ 在 $x = x_0$ 連續

(3) $f(x) \cdot g(x)$ 在 $x = x_0$ 連續

(4) 若 $g(x_0) \neq 0$ ，則 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 在 $x = x_0$ 連續

說明

請參考第一章重點四

2. 合成篇：

若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 連續且 $g(x)$ 在 $x = f(x_0)$ 連續，

則 $g(f(x))$ 在 $x = x_0$ 連續

說明

請參考第一章重點五

【口訣】

例題 1.

Find the x -values (if any) at which $f(x)$ is not continuous.

(1) $f(x) = x - \cos x$

(2) $f(x) = \sqrt{\tan x}$

(3) $f(x) = \frac{x-6}{x^2-36}$

解

例題 2.

Find the x -values (if any) at which $f(x)$ is not continuous.

(1) $f(x) = \begin{cases} -2x+3, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$

(2) $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{4}, & |x| < 1 \\ x, & |x| \geq 1 \end{cases}$

解

例題 3. (精選範例 2-1)

Find the constants a and b such that the function is continuous on the entire real line.

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x}{x}, & x < 0 \\ a - 2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 1 \\ ax + b, & -1 < x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$$

解

張
旭
微
積
分