

重點十之一 老大比較法：多項式分式

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \text{——} & \text{若 } n > m \\ \text{——} & \text{若 } n = m \\ \text{——} & \text{若 } n < m \end{cases}$$

2. 遇到多項式分式取無窮遠點的極限 \Rightarrow 老大比較法：分子分母只保留 _____

3. 老大比較法亦適用於：(1) 分數次方 (2) 多項式整體取 n 次方根

例題 1.

Find the following limits.

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x + 1}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + 2x - 5}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 2}{3x^2 + 2x - 5}$

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 2}{-3x^3 + 1}$

解

微
積
分

例題 2. (精選範例 10-1-1)

Find the following limits.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^{\frac{1}{2}} + 3)(3x^2 - 1)}{(4x - 3)(2x^{\frac{3}{2}} + 5)}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^6 - x}}{2x^3 + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{x + 4}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}$$

解

張
旭
微
積
分

例題 3. (精選範例 10-1-2)

Find the following limits.

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 9} - x)$

解

張
旭
微
積
分