

重點十 四大積分基本方法之二：三角置換法

1. 三角置換法是變數變換法的一種，此方法不將被積函數中的部分打包成 $u = u(x)$ ，而是將 x 令成 $\sin u$ 、 $\sec u$ 或 $\tan u$ 。
2. 三角置換法令 x 法則：
 - (1) 遇 $\sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow$ 令 $x =$ _____
 - (2) 遇 $\sqrt{x^2 - a^2} \Rightarrow$ 令 $x =$ _____
 - (3) 遇 $a^2 + x^2 \Rightarrow$ 令 $x =$ _____
3. 三角置換法令完 x 以後馬上進行兩個動作：
 - (1) _____
 - (2) 將原式變數變換

說例 $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

令 $x = \sin u \Rightarrow dx =$

則 $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx =$

例題 1. (精選範例 10-1)

Find the following integrals.

(1) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

解

(2) $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

(3) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-3}} dx$

張
旭
微
積
分

例題 2. (精選範例 10-2)

Find the following integrals.

(1) $\int \sqrt{5-4x-x^2} dx$

解

(2) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x}} dx$

(3) $\int \frac{1}{x^2+x+2} dx$

張
旭
微
積
分

例題 3. (精選範例 10-3)

Calculate $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$.

解

例題 4. (精選範例 10-4)

Evaluate the area of a disk of radius $r > 0$.

解

