

重點五 旋轉體積分

1. 針對一個中心軸旋轉出來的物體，其體積可以使用圓盤法和剝殼法來處理。

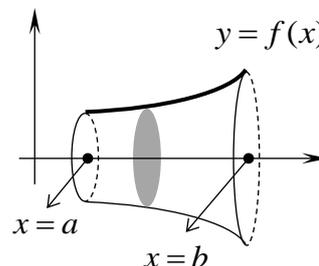
2. **圓盤法：**

型一 無中空型

(1) 設 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上是一個非負的連續函數，

若將 $y = f(x)$ 圖形以 x 軸為中心軸旋轉一圈

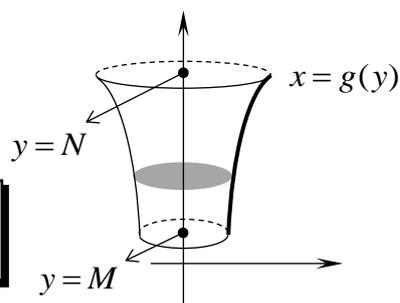
，則所得柱體體積 $V =$



(2) 設 $g(y)$ 在 $[M, N]$ 上是一個非負的連續函數，

若將 $x = g(y)$ 圖形以 y 軸為中心軸旋轉一圈

，則所得柱體體積 $V =$



型二 有中空型

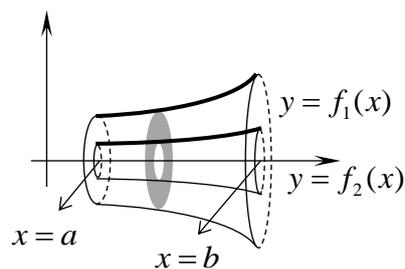
(1) 設 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 在 $[a, b]$ 上是一個非負的連

續函數，且 $f_1(x) \leq f_2(x)$ ，若將 $y = f_1(x)$ 圖形

為外， $y = f_2(x)$ 圖形為內，以 x 軸為中心軸旋

轉一圈，則所得旋轉體體積

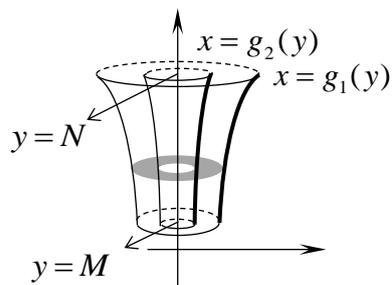
$V =$



(2) 設 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 在 $[a, b]$ 上是一個非負的連

續函數，且 $f_1(x) \leq f_2(x)$ ，若將 $y = f_1(x)$ 圖形

為外， $y = f_2(x)$ 圖形為內，以 x 軸為中心軸旋



轉一圈，則所得旋轉體體積

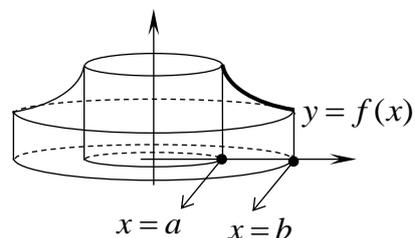
$$V =$$

3. 剝殼法：

(1) 設 $a \geq 0$ ， $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上是一個非負的連續

函數，若將 $y = f(x)$ 圖形為上， $[a, b]$ 圖形

體積 $V =$

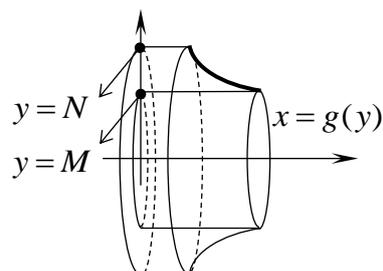


(2) 設 $M \geq 0$ ， $g(y)$ 在 $[M, N]$ 上是一個非負的連續

函數，若將 $x = g(y)$ 圖形為右， $[M, N]$ 圖形

為左，以 x 軸為中心軸旋轉一圈，則所得旋轉體

體積 $V =$



微積分

例題 1. (精選範例 5-1)

A sphere of radius r can be obtained by revolving about the x -axis the region below the graph of

$f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, $-r \leq x \leq r$, then try to find the volume of sphere.

解

張
旭
微
積
分

例題 2. (精選範例 5-2)

Find the volume of a pyramid of height h given that the base of the pyramid is a square with sides of length r and the apex of the pyramid lies directly above the center of the base.

解

張
旭
微
積
分

例題 3. (精選範例 5-3)

Find the volume of the solid generated by revolving the region between $y = \ln x$ and $y = x$ about the y -axis, where $x \in [1, 2]$.

解

張
旭
微
積
分