

## 重點七 微分量

1. 設  $f(x)$  在  $x = x_0$  可微分，

則  $y = f(x)$  在  $(x_0, f(x_0))$  的切線為



2. 令  $L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ ，

則  $L(x)$  稱為  $f(x)$  在  $x = x_0$  的線性化函數，

且此時在  $x = x_0$  附近  $L(x) \approx f(x)$

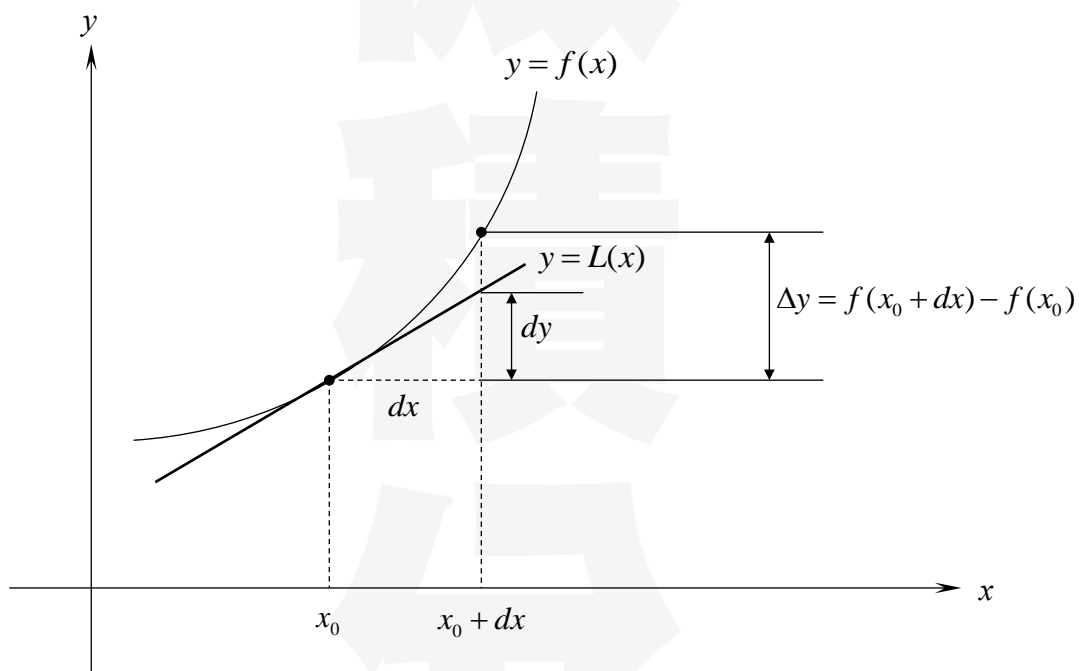
3. 令  $f(x)$  為一可微分函數，

(1)  $dx$  是一個 \_\_\_\_\_，表示  $x$  方向的微小變化量

(2)  $dy =$  \_\_\_\_\_，表示  $L(x)$  在  $y$  方向隨  $dx$  而變的微小變化量

(3)  $dx$  和  $dy$  都可稱為  $f(x)$  的**微分量**

(4)  $dy$  可用來**估計**  $f(x)$  的微小變化量



**例題 1.**

Find the linearization  $L(x)$  of the given function  $f(x)$  at  $x = x_0$

(1)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ ,  $x_0 = -4$       (2)  $f(x) = \tan x$ ,  $x_0 = \pi$

**解**

張  
旭  
微  
積  
分

例題 2. (精選範例 7-1)

Show that the linearization of  $f(x) = (1+x)^k$  at  $x=0$  is  $L(x) = 1+kx$ .

**解**

張  
旭  
微  
積  
分

例題 3. (精選範例 7-2)

Estimate the following.

(1)  $(1.0002)^{100}$       (2)  $\sqrt[3]{1.0007}$

**解**

張  
旭  
微  
積  
分

例題 4. (精選範例 7-3)

Estimate the change in the volume  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  of a sphere when the radius changes from  $r_0$  to  $r_0 + dr$ .

**解**

張  
旭  
微  
積  
分

**例題 5.** (精選範例 7-4)

The radius of a circle is increased from 2 to 2.02 m.

- (1) Estimate the resulting change in area.
- (2) Express the estimate as a percentage of the circle's original area.

**解**

張  
旭  
微  
積  
分