

重點五 漸近線

◎ 關於漸近線：

(1) 若 _____ 或 _____，則 $y = K$ 是 $y = f(x)$ 圖形的一條**水平漸近線**

(2) 若 _____ 或 _____ 或 _____ 或 _____，

則 $x = H$ 是 $y = f(x)$ 圖形的一條**鉛直漸近線**

(3) 設 $L(x) = ax + b$ ，若 _____ 或 _____，

則 $y = ax + b$ 是 $y = f(x)$ 圖形的一條**斜漸近線**

其中 $\begin{cases} a = \text{_____} \\ \text{利用 } \text{_____} \text{ 可得 } b \end{cases}$

說明

$$\because \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

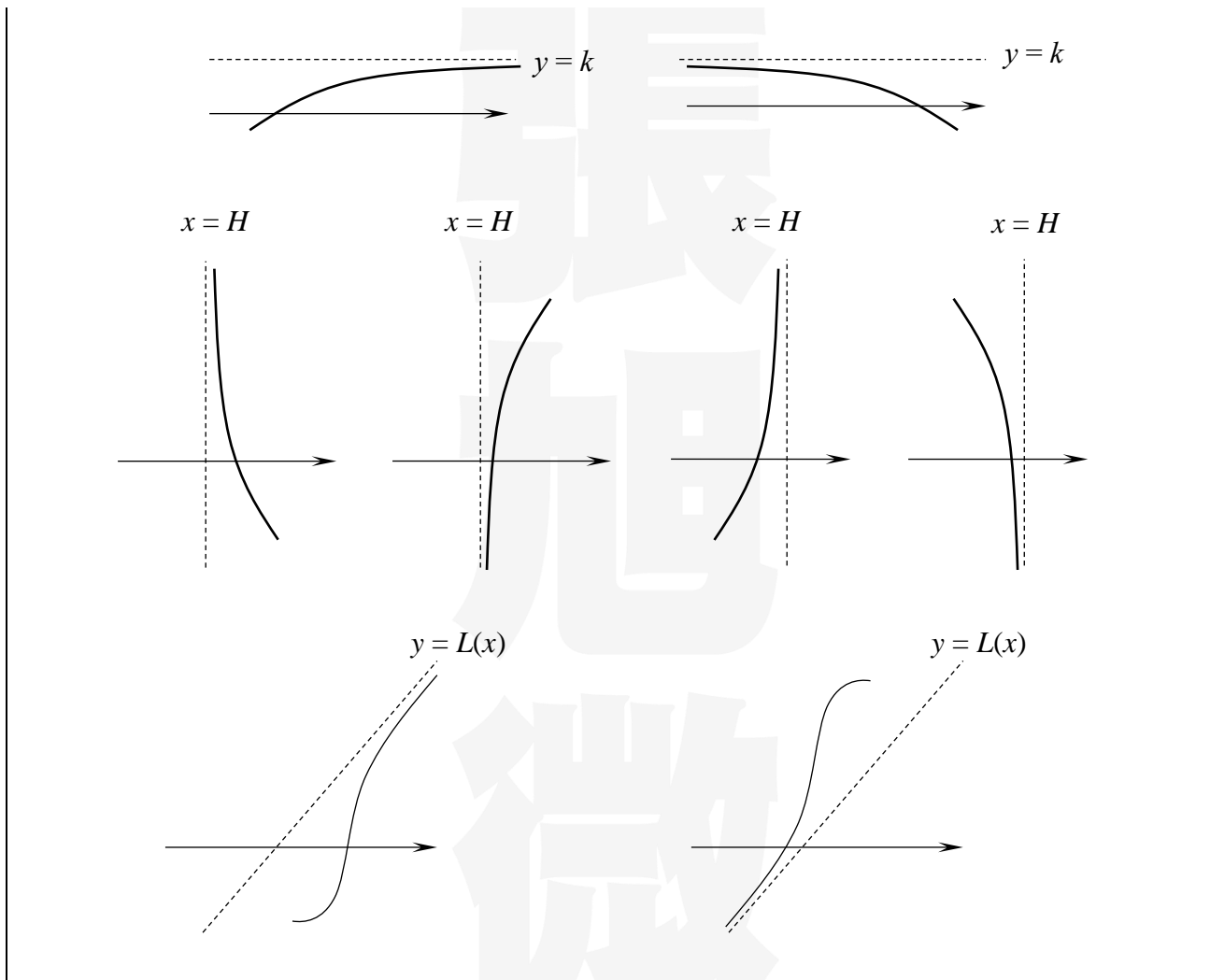
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - (ax + b)}{x} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{f(x)}{x} - a - \frac{b}{x} \right] = 0$$

$$\because \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b}{x} = 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{f(x)}{x} - a \right] = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a \quad [\text{Q.E.D.}]$$



例題 1. (精選範例 5-1)

Find all vertical asymptotes of $y = \frac{x^2 + 4}{x - 3}$

解

例題 2. (精選範例 5-2)

Find all horizontal asymptotes of $y = \frac{1-x^2}{x^2+1}$

解

例題 3. (精選範例 5-3)

Find all asymptotes of $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$.

解